Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ (2018 - 2019 уч. год)

7 класс

1. Дети сбирали в лесу грибы. Выходя из леса парами мальчик и девочка выяснилось, что у мальчика втрое больше грибов чем у девочки или, наоборот, у девочки втрое больше грибов чем у мальчика. Могло ли так случиться, что у всех вместе 2019 грибов?
2. Петя написал на доске трехзначное число, которое не содержит в своей записи нулей. Затем он получил из него три двузначных числа: первое – вычеркиванием первой цифры (из исходного числа), второе – вычеркиванием второй цифры (из исходного числа), третье – вычеркиванием третьей цифры (из исходного числа). Затем он сложил эти три двухзначных числа. Могла ли полученная сумма быть равна 294?
3. В городе живут рыцари и лжецы. Рыцари говорят всегда только правду, а лжецы всегда лгут. Трое из них, гуляя по улицам города, завели разговор, и каждый высказался дважды. «Сейчас мы идем по улице А. Следующая на пути улица – Б», - произнес 1-й прохожий. «Сейчас улица Б, - сказал 2-й. – Предыдущая была В». «Предыдущая была В, - вступил в спор 3-й прохожий.– Сейчас мы идем по А!». Определите, сколько из этих троих человек рыцарей.
4. В клетках квадратной таблицы 6×6 произвольным образом расставлены числа от 1 до 36. Пусть A_1, A_2,…,A_6 суммы чисел, стоящих в столбцах таблицы. Могло ли оказаться так, что среди чисел любые два соседних числа различаются ровно на 1?
5. Два математика Иванов и Петров идя домой с работы мирно беседовали. Иванов спросил Петрова: «Сколько лет твоим четырем детям?» На что Петров ответил, что произведение их возрастов равно 36, а сумма равна номеру троллейбуса, который проезжает мимо нас. Подумав немного, Иванов сказал, что этой информации ему недостаточно. Тогда Петров добавил: «Да, я забыл сказать, что мой старший ребенок занимается теннисом», и Иванов назвал возраст детей. Как это ему удалось?

Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ (2018 - 2019 уч. год)

8 класс

1. Докажите, что число $1 + 6 + 6^2 + 6^3 + \cdots + 6^{99}$ делится на 7.
2. Докажите, что произведение четырех последовательных натуральных чисел, сложенное с единицей, является квадратом натурального числа.
3. Маша и Ваня катались по кругу на катке. Время от времени Ваня обгонял Машу. Когда Маша стала бегать в противоположном направлении, они стали встречаться в три раза чаще. Во сколько раз Ваня бегает быстрее Маши?
4. На катетах AB и BC прямоугольного равнобедренного треугольника ABC выбраны точки M и N так, что AM=BN. Докажите, что треугольник MON прямоугольный и равнобедренный, если точка O – середина гипотенузы AC.
5. Играют двое. Ходят по очереди. Игра начинается с числа 1. За один ход можно прибавит к имеющемуся числу 2 или 5. Выигрывает тот, кто первым назовет 1000. Как играть, чтобы выиграть?

Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ (2018 - 2019 уч. год)

9 класс

1. Докажите, что квадрат натурального числа при делении на 5 не дает остаток 3.
2. Маша с мамой перебирают мешок картошки за 30 минут. Маша с папой перебирают такой же мешок картошки за 40 минут. Найдите наименьшее время, за которое Маша, мама и папа вместе переберут такой мешок картошки, если одной Маше на эту работу требуется не больше часа?
3. Докажите, что не существует двух натуральных чисел, таких, что их сумма равна 2018, а произведение делится на 2018.
4. На сторонах AD и AB квадрата ABCD взяты точки M и N соответственно, причем так, что AM=BN. BM пересекает CN в точке K. Докажите, что точка K лежит на окружности, описанной около треугольника AMN.
5. Играют двое. Ходят по очереди. Игра начинается с числа 2. За один ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число, не превосходящее половины имеющегося. Выигрывает тот, кто первым назовет 1000. Как играть, чтобы выиграть?

Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике (2018 - 2019 уч. год)

10 класс

1. Уравнение $mx^2 + mnx + n = 0$ имеет целые корни. Найдите коэффициенты m и n данного уравнения, если известно, что они являются простыми числами.
2. Существует ли такое число y, что все три числа $2y - \sqrt{y^4 + 5}$, $\sqrt{y^4 + 5} - \sqrt{y^4 + 2019}$, $\sqrt{y^4 + 2019} - y$ являются целыми?
3. Двое человек играют в игру. В трех кучках лежат камни. В первой из них лежит 9 камней, во второй – 11 камней, в третьей – 13 камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки камень, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Как нужно играть, чтобы выиграть?
4. Вычислите сумму $a^8 + \frac{1}{a^8}$, если $a^2 - a + 1 = 0$.
5. В круге проведены две взаимно перпендикулярные хорды MN и PQ, причем MP=PQ=MN. Определить что больше площадь данного круга или площадь квадрата со стороной MP.

\

Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике (2018 - 2019 уч. год)

11 класс

1. Существует ли такое число x, что числа $2tgx + \sqrt{5}$ $и$ $2ctgx + \sqrt{5}$ являются целыми?
2. Двое человек играют в игру. В трех кучках лежат камни. В первой из них лежит 9 камней, во второй – 11 камней, в третьей – 13 камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки камень, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Как нужно играть, чтобы выиграть?
3. Дана последовательность чисел $sin1^o, sin10^o, sin100^o, sin1000^o$ ….., состоящая из 2019 членов. Сколько отрицательных членов в этой последовательности?
4. Вычислите сумму $a^{6n+2} + \frac{1}{a^{6n+2}}$, если $a^2 - a + 1 = 0$.
5. В правильном тетраэдре SABC проведено сечение параллельное ребрам SA и BC. Расстояние от каждой из точек S и A до плоскости сечения в два раза больше, чем расстояние от этой плоскости до прямой BC. Найдите площадь сечения, если апофема пирамиды равна a, высота образует с боковым ребром угол α.